

## {Паскаль-программа «Решение системы ОДУ методом Рунге-Кутта с модификацией Фельберга».

Шаг интегрирования изменяется автоматически  
с целью обеспечения заданной точности.

ТЕСТ: Т.Шуп-82, с.81, сл. Пример 4.2}

```
const n = 2;

type
  mas1 = array[1..n] of real;
  mas2 = array[1..4] of real;
var
  a,b,c,d,e,u,w,y,f : mas1;
  p : mas2;
  j : integer;
  f1,f2 : text;

  PROCEDURE outp(var y,f:mas1; p:mas2; t:real);
  {Процедура выводит на печать результаты решения}
begin
  writeln(f2, t:7:4, ' ', y[1]:8:5, ' ', y[2]:9:5);
  END; {конец процедуры outp}

  PROCEDURE fct(var y,f:mas1; t:real);
  {Процедура вычисляет значения производных}
var
  m_1,c,xk,xks : real;
begin
  m_1:= 100; c:= 0.15; xk:= 2; xks:= 0.2;
  f[1]:= y[2];
  f[2]:= -c*f[1]*m_1 - xk*y[1]*m_1 - xks*sqr(y[1])*y[1]*m_1;
  END; {конец процедуры fct}

  PROCEDURE RKF4(var a,b,c,d,e,u,w,y,f:mas1; p:mas2);
  {Процедура - решение системы ОДУ порядка n методом
  Рунге-Кутта с модификацией Фельберга.
  Значение n задается в головном модуле}
label
  m1,m2;
var
  x,xk,h,e1,e2,q,
  c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9,c10,c11,c13 : real;
  nu,klu,key : integer;
begin
  klu:=1; x:=p[1]; xk:=p[2]; h:=p[3]; e1:=p[4];
  c1:=1/9; c2:=1/64; c3:=1/2.4; c4:=1/15; c5:=1/144; c6:=1/6;
  c7:=1/45; c8:=1/75; c9:=1/150; c10:=1/12; c11:=1/432; c13:=1/27;
  for j:=1 to n do y[j]:=w[j];
  outp(y,f,p,x);
  m1: key:=0;
  fct(y,f,x);
  nu:=0;
  for j:=1 to n do
  begin a[j]:=f[j]*h; y[j]:=w[j]+2*a[j]*c1 end;
  x:=x+2*h*c1;
  fct(y,f,x);
  for j:=1 to n do
  begin b[j]:=h*f[j]; y[j]:=w[j]+a[j]*c10+b[j]*0.25 end;
  x:=x+h*c1;
  fct(y,f,x);
  for j:=1 to n do
  begin c[j]:=f[j]*h;
  y[j]:=w[j]+(34.5*a[j]-121.5*b[j]+135*c[j])*c2 end;
  x:=x+h*c3;
  fct(y,f,x);
  for j:=1 to n do
  begin d[j]:=f[j]*h; q:=w[j]-17*a[j]*c10+6.75*b[j];
  y[j]:=q-5.4*c[j]+16*d[j]*c4 end;
  x:=x+h*c0.25;
  fct(y,f,x);
```

```

for j:=1 to n do
begin e[j]:=f[j]*h; q:=w[j]+65*a[j]*c11-0.3125*b[j];
      y[J]:=q+0.8125*c[j]+4*d[j]*c13+5*e[j]*c5      end;
      x:=x-h*c6;
      fct(y,f,x);
for j:=1 to n do
begin u[j]:=h*f[j];
y[j]:=w[j]+a[j]*c1+0.45*c[j]+16*d[j]*c7+e[j]*c10;
q:=a[j]*c9-0.03*c[j]+16*d[j]*c8+e[j]*0.05;
e2:=abs(q-0.24*u[j]);
if e2 > e1 then key:=1
      else if e2 < e1*0.05 then nu:=nu+1;
      end;
      x:=x+h*c6;
      fct(y,f,x);
if key=1 then begin
x:=x-h; for j:=1 to n do y[j]:=w[j]; h:=h *0.5; goto m1;
      end;
if nu = n then h:=h+h;
if h > p[3] then h:=p[3];
      outp(y,f,p,x);
      for j:=1 to n do w[j]:=y[j];
if klu = 2 then goto m2;
{расчет в последней точке интервала интегрирования}
if abs(x-xk)<=h then begin h:=abs(x-xk); klu:=2 end;
goto m1;
m2: END; {конец процедуры RKF4}

```

```

begin
assign(f1,'c:\tp7b\rkf\sodu.dat'); reset(f1);
assign(f2,'c:\tp7b\rkf\sodu.rez'); rewrite(f2);
      for j:=1 to 4 do read(f1,p[j]);
      for j:=1 to n do read(f1,w[j]);

writeln(f2);
writeln(f2,' Решение системы ',n:2,' ОДУ ');
writeln(f2,' методом Рунге-Кутта с модификацией Фельберга. ');
writeln(f2);
write(f2,' Начальное значение независимой переменной tn=');
      writeln(f2,p[1]:8:4,' с. ');
write(f2,' Конечное значение независимой переменной tk=');
      writeln(f2,p[2]:8:4,' с. ');
write(f2,' Начальное значение шага интегрирования dt=');
      writeln(f2,p[3]:8:4,' с. ');
write(f2,' Верхняя граница погрешностей =');
      writeln(f2,p[4]:8:4);

writeln(f2);
writeln(f2,' Результаты решения ');
writeln(f2,' -----');
writeln(f2,' Время t, с Путь y, см Скорость dy/dt, см/с ');
writeln(f2,' -----');
      RKF4(a,b,c,d,e,u,w,y,f,p);
writeln(f2,' -----');
writeln(f2,' Программа работу закончила ');
      close(f1); close(f2)

END. {конец Паскаль-программы}

```

### См. далее:

1. Результаты решения системы двух нелинейных ОДУ - с. 3..4
2. Графическая интерпретация результатов решения - с. 4

## Решение системы двух нелинейных ОДУ методом Рунге-Кутта с модификацией Фельберга.

Начальное значение независимой переменной  $t_n = 0.0000$  с.  
 Конечное значение независимой переменной  $t_k = 1.0000$  с.  
 Начальное значение шага интегрирования  $dt = 0.0200$  с.  
 Верхняя граница погрешностей  $= 0.0010$

### Результаты решения

Время $t$ , с	Путь $y$ , см	Скорость $dy/dt$ , см/с
0.0000	10.00000	0.00000
0.0025	9.93232	-53.63512
0.0050	9.73514	-103.30201
0.0075	9.42043	-147.44394
0.0100	9.00342	-185.00462
0.0125	8.50132	-215.47661
0.0150	7.93195	-238.86608
0.0175	7.31255	-255.59709
0.0200	6.65892	-266.38581
0.0250	5.30179	-273.71003
0.0300	3.94340	-268.03063
0.0350	2.63305	-255.33766
0.0400	1.39489	-239.65881
0.0500	-0.83714	-206.75016
0.0600	-2.73851	-173.07423
0.0650	-3.55805	-154.42849
0.0700	-4.27910	-133.57714
0.0750	-4.88940	-110.08991
0.0800	-5.37566	-84.01542
0.0850	-5.72623	-55.96439
0.0900	-5.93386	-27.06207
0.0950	-5.99785	1.23597
0.1000	-5.92504	27.42007
0.1050	-5.72933	50.21077
0.1100	-5.43002	68.76459
0.1150	-5.04932	82.75187
0.1200	-4.60989	92.31054
0.1250	-4.13280	97.91929
0.1350	-3.13460	100.00884
0.1450	-2.15791	94.45483
0.1550	-1.25698	85.39225
0.1750	0.24649	64.87515
0.1950	1.34212	44.80465
0.2150	2.04189	25.27266
0.2250	2.24733	15.88715
0.2450	2.39177	-0.85162
0.2650	2.24345	-13.09868
0.2850	1.90378	-19.99552
0.3050	1.47435	-22.29770
0.3250	1.03254	-21.48857
0.3450	0.62633	-18.93424
0.3650	0.28043	-15.57818
0.3850	0.00470	-11.99044
0.4050	-0.19990	-8.50694
0.4250	-0.33767	-5.33530
0.4450	-0.41627	-2.60764
0.4650	-0.44544	-0.39914
0.4850	-0.43587	1.26589
0.5050	-0.39829	2.40771
0.5250	-0.34269	3.08066
0.5450	-0.27769	3.36042
0.5650	-0.21032	3.33169
0.5850	-0.14591	3.07863
0.6050	-0.08816	2.67841

0.6250	-0.03931	2.19757
0.6450	-0.00043	1.69040
0.6650	0.02841	1.19862
0.6850	0.04782	0.75199
0.7050	0.05891	0.36946
0.7250	0.06309	0.06068
0.7450	0.06185	-0.17223
0.7650	0.05668	-0.33294
0.7850	0.04896	-0.42912
0.8050	0.03988	-0.47088
0.8250	0.03041	-0.46948
0.8450	0.02131	-0.43620
0.8650	0.01311	-0.38159
0.8850	0.00613	-0.31494
0.9050	0.00054	-0.24394
0.9250	-0.00364	-0.17459
0.9450	-0.00649	-0.11124
0.9650	-0.00815	-0.05666
0.9850	-0.00882	-0.01234
1.0000	-0.00880	0.01390

Программа работу закончила

## Графическая интерпретация решения системы двух нелинейных ОДУ

