

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ – МСХА имени К.А. ТИМИРЯЗЕВА



**СБОРНИК  
СТУДЕНЧЕСКИХ НАУЧНЫХ РАБОТ**

ВЫПУСК 27  
Часть -I

Москва  
РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева  
2020

УДК 63. 001-57(082)

ББК4я431

С 23

**С 23 Сборник студенческих научных работ. Вып. 27. Часть – I /**  
Коллектив авторов; Российский государственный аграрный универси-  
тет – МСХА имени К. А. Тимирязева. – Москва : Издательство РГАУ-  
МСХА, 2020. – 539 с.

ISBN 978-5-9675-1772-3

*Редакционная коллегия*

**Проф. И.С. Константинов, проф. Ю.А. Юлдашбаев, проф. А.Г. Раджабов**  
**проф. В.И. Леунов, проф. Б.А. Борисов, проф. Л.И. Хоружий,**  
**проф. Кубрушко, проф. А.А. Мамедов, доц. Ю.В. Катаев,**  
**доц. Д.М. Бенин, доц. Р.В. Сычев, доц. В.Г. Борулько,**  
**доц. Н.А. Мочунова, доц. А.А. Манохина, доц. Р.А. Мигунов,**  
**асс. А.А. Анисимов, ст. преп. Н.В. Минаев, ст. преп. А.С. Заикина,**  
**доц. С.А. Масловский, доц. А.А. Миронов,**  
**рук. СНО, доц. А.Е. Харитонова, доц. З.Ф. Садыкова**

В сборнике представлены статьи, подготовленные по материалам докладов, 73-й Международной студенческой научно-практической конференции, посвященной 180-летию со дня рождения М.К. Турского, которая проходила в РГАУ МСХА имени К.А. Тимирязева 24-27 марта 2020 г.

Сборник предназначен для студентов бакалавриата, магистратуры аспирантов, преподавателей, научных работников.

ISBN 978-5-9675-1772-3

© Коллектив авторов, 2020

© ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени  
К.А. Тимирязева, 2020

## АППРОКСИМАЦИЯ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ

*Фаустова Диана Дмитриевна, магистрантка 1 курса института механики и энергетики имени В.П. Горячкина, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, diashka42@mail.ru*

**Аннотация:** *Выполнена аппроксимация экспериментальной кривой намагничивания электротехнической стали кубическим сплайном. Аппроксимация использована при разработке математической модели электромагнитных режимов трансформатора. На основе компьютерной реализации модели исследованы установившиеся, переходные и несимметричные режимы работы.*

**Ключевые слова:** *аппроксимация, кривая намагничивания, электротехническая сталь, кубический сплайн, математическая модель, электромагнитный режим.*

При математическом моделировании электромагнитных режимов электротехнических устройств, содержащих магнитопровод и обмотки, необходимо аппроксимировать экспериментальную кривую намагничивания электротехнической стали.

Аппроксимация кривой намагничивания стали кубическим сплайном является наилучшим решением. Во-первых, обеспечивается достаточная точность аппроксимации, во-вторых, в узлах, заданных на экспериментальной кривой намагничивания, не претерпевает разрыв дифференциальная кривая намагничивания, что является необходимым при анализе электромагнитных режимов работы электротехнических устройств.

Кубический сплайн – это кусочно-полиномиальная функция, которая имеет непрерывной первую и вторую производные. Существование производных – это необходимое условие устойчивости процесса численного интегрирования значений производных, определяемых при математическом моделировании электромагнитных режимов устройств.

Задача нахождения кубического сплайна формулируется следующим образом. Для заданных на экспериментальной кривой намагничивания значений напряженности магнитного поля  $H_i$ , соответствующих значениям индукции  $B_i$ , следует найти функцию  $H(B)$  которая: 1) непрерывна на интервале  $[B_0, B_n]$ , вместе со своими первой и второй производными; 2) совпадает с кубическим полиномом на каждом отрезке  $h_i = B_i - B_{i-1}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ); 3) удовлетворяет условию  $H(B_i) = H_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ , где  $n$  – число узлов, принятых на экспериментальной кривой намагничивания). Функция  $H(B)$ , то есть кубический сплайн, аппроксимирующий кривую намагничивания записывается в виде [1]

$$H(B) = A_{i-1} \frac{(B_i - B)^3}{6h_i} + A_i \frac{(B - B_{i-1})^3}{6h_i} + \left( H_{i-1} - \frac{A_{i-1} h_i^2}{6} \right) \frac{B_i - B}{h_i} + \left( H_i - \frac{A_i h_i^2}{6} \right) \frac{B - B_{i-1}}{h_i}, \quad (1)$$

где  $B$  – текущее значение магнитной индукции на отрезке  $h_i = B_i - B_{i-1}$ ;  $A_i, A_{i-1}$  – коэффициенты сплайна, значения которых необходимо определить.

Взяв производную от выражения  $H(B)$  по изменению  $B$ , находим искомое выражение для аппроксимации дифференциальной кривой намагничивания

$$H'(B) = -A_{i-1} \frac{(B_i - B)^2}{2h_i} + A_i \frac{(B - B_{i-1})^2}{2h_i} + \frac{H - H_{i-1}}{h_i} - h_i \frac{A_i - A_{i-1}}{6}. \quad (2)$$

Для нахождения коэффициентов кубического сплайна составляется из условия непрерывности первой производной система линейных алгебраических уравнений (ЛАУ), которая имеет трехдиагональную матрицу коэффициентов. Эта система в общем виде записывается следующим образом [1]

$$\begin{aligned} 2A_0 + A_1 &= \frac{6}{h_1} \left[ \frac{H_1 - H_0}{h_1} - H'_0(B) \right], \\ \frac{h_i}{6} A_{i-1} + \frac{h_i - h_{i+1}}{3} A_i + \frac{h_{i+1}}{6} A_{i+1} &= \frac{H_{i+1} - H_i}{h_{i+1}} - \frac{H_i - H_{i-1}}{h_i}, \\ A_{n-1} + 2A_n &= \frac{6}{h_n} \left[ H'_n(B) - \frac{H_n - H_{n-1}}{h_n} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

На экспериментальной кривой намагничивания стали марки 3413 принято 22 узла ( $n = 21$ ), расстояние между соседними узлами  $h_i = 0,1$  Тл. Полученная система ЛАУ решалась методом прогонки. Определены коэффициенты кубического сплайна  $A_i$ , и далее по выражению (1) расчётные значения напряжённости  $H(B_i)$  в заданных узлах, которые совпадают с экспериментальными  $H_i$  (таблица).

*Таблица*

### Результаты аппроксимации кривой намагничивания стали марки 3413

$i$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$B_i, \text{Тл}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$H_i \cdot 10^3, \frac{\text{А}}{\text{М}}$	0	0,038	0,06	0,081	0,13	0,182	0,243	0,32	0,52	1,5	16,0
$A_i \cdot 10^3$	2,16	1,90	0,429	-3,50	0,63	-0,081	0,041	3,05	26,44	295,07	6366,5
$H(B_i) \cdot 10^3$	0	0,038	0,06	0,081	0,13	0,182	0,243	0,32	0,52	1,5	16,0

Результаты аппроксимации кривой намагничивания электротехнической стали марки 3413 использованы при составлении математической модели электромагнитных режимов трёхфазного трёхстержневого распределительного трансформатора. Магнитопровод выполнен стыковым с пространственным симметричным расположением трёх стержней и двумя витыми ярмами, верхним и нижним. Далее кратко рассматривается математическая модель и анализ результатов моделирования, выполненного на ПК.

Математическая модель разработана на основе теории нелинейных электрических и магнитных цепей. Трансформатор представлен двумя схемами замещения, электрической и магнитной, с нелинейными сосредоточенными параметрами. В соответствии с законами Кирхгофа составлены уравнения электрического равновесия и магнитного состояния трансформатора, которые в окончательном виде представлены как система обыкновенных дифференциальных

уравнений (ОДУ) с нелинейными сосредоточенными параметрами. Система ОДУ решена методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага интегрирования. Результатом моделирования являются мгновенные значения магнитных потоков в магнитопроводе и электрических токов в обмотках, являющихся функциями времени, *etc.* На основе компьютерной реализации математической модели проанализированы важные для практики установившиеся режимы работы трансформатора, переходные процессы, а также несимметричные режимы.

### Математическая модель электромагнитных режимов трансформатора

$r_{T12} + 4r_{\delta}$	$-(r_{T2} + 2r_{\delta})$	$r_{d1}$	$r_{e1}$	$w_A$	$-w_a$	$-w_B$	$w_b$			$p\Phi_1$	0
$-(r_{T2} + 2r_{\delta})$	$r_{T23} + 4r_{\delta}$	$r_{d2}$	$r_{e2}$			$w_B$	$-w_b$	$-w_C$	$w_c$	$p\Phi_2$	0
$r_{d1}$	$r_{d2}$	$r_{dj}$								$p\Phi_{12}$	0
$r_{e1}$	$r_{e2}$		$r_{ej}$							$p\Phi_{13}$	0
$-w_{AB}$	$w_B$			$l_{\sigma A}$		$-l_{\sigma B}$				$p i_A$	$u_{AB} - i_A r_{A1} + i_B r_{B1}$
$w_{ab}$	$-w_b$				$l_a$		$-l_b$			$p i_a$	$-i_a r_{a2} + i_b r_{b2}$
$w_B$	$-w_{BC}$					$l_{\sigma B}$		$-l_{\sigma C}$		$P i_B$	$u_{BC} - i_B r_{B1} + i_C r_{C1}$
$-w_b$	$w_{bc}$						$l_b$	$-l_c$		$P i_b$	$-i_b r_{b2} + i_c r_{c2}$
				1		1		1		$P i_C$	0
					1		1		1	$P i_c$	0

На рисунке 1,а представлены переходные процессы при включении трансформатора в сеть ( $t_0$ ), при набросе напряжения ( $t_1$ ) и при сбросе напряжения ( $t_2$ ). На рисунке 1,б – процесс обрыва фазы А трансформатора ( $t_1$ ). Рисунки иллюстрируют хорошее качество переходных процессов и формы кривых токов, а также невозможность работы трансформатора при обрыве фазы.

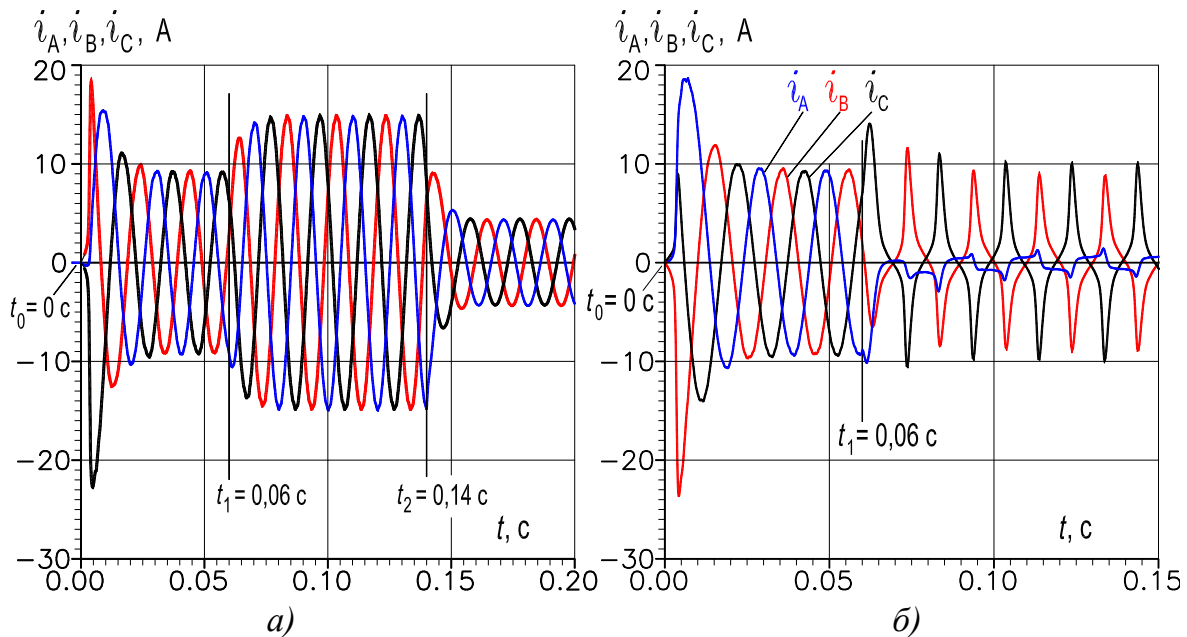


Рисунок 1 - Результаты моделирования электромагнитных режимов

### Библиографический список

1. Забудский, Е.И. Математическое моделирование управляемых электромагнитных реакторов / Е.И Забудский. – М.: ООО «Мегаполис», 2018. – 356 с. <http://zabudsky.ru>